

1 Ecuaciones

Página 58

1. Resuelve:

a) $2x^2 - 50 = 0$

b) $3x^2 + 5 = 0$

c) $7x^2 + 5x = 0$

a) $2x^2 - 50 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

Soluciones: $x_1 = 5, x_2 = -5$

b) $3x^2 + 5 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{5}{3}$. No tiene solución.

c) $7x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(7x + 5) = 0 \rightarrow x = 0, 7x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{7}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{5}{7}$

2. Resuelve:

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$

b) $x^2 - 20x + 100 = 0$

c) $3x^2 + 5x + 11 = 0$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{20} = \frac{3 \pm 7}{20} = \begin{cases} 1/2 \\ -1/5 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{5}$

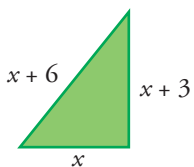
b) $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2 = 0 \rightarrow x = 10$

Solución: $x = 10$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 132}}{6}$. No tiene solución.

3. En un triángulo rectángulo, el lado mayor es 3 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez, es 3 cm más largo que el pequeño.

¿Cuánto miden los lados?



$$(x + 6)^2 = (x + 3)^2 + x^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = 2x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2} = \begin{cases} 9 \\ -3 \end{cases}$$

Solo es válida la solución $x = 9$.

Los lados del triángulos miden 9 cm, 12 cm y 15 cm.

Página 59

4. Resuelve.

a) $3x^4 - 12x^2 = 0$

b) $3x^4 + 75x^2 = 0$

c) $7x^4 - 112 = 0$

d) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

e) $4x^4 + 19x^2 - 5 = 0$

f) $x^4 + 9x^2 + 18 = 0$

a) $3x^4 - 12x^2 = x^2(3x^2 - 12) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$

b) $3x^4 + 75x^2 = x^2(3x^2 + 75) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -75/3. \text{ Sin solución.} \end{cases}$

Solución: $x = 0$

c) $7x^4 - 112 = 0 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

Soluciones: $x_1 = 2, x_2 = -2$

d) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$z^2 - 9z + 20 = 0 \rightarrow z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$

Si $z = 5, x = \pm\sqrt{5}$.

Si $z = 4, x = \pm 2$.

Soluciones: $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}, x_3 = 2, x_4 = -2$

e) Sea $z = x^2 \rightarrow 4z^2 + 19z - 5 = 0$

$z = \frac{-19 \pm \sqrt{361 + 80}}{8} = \frac{-19 \pm \sqrt{441}}{8} = \frac{-19 \pm 21}{8} = \begin{cases} 1/4 \\ -5 \end{cases}$

Si $z = \frac{1}{4}, x = \pm\frac{1}{2}$.

Si $z = -5, \text{ no existe } x$.

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}$

f) Sea $z = x^2 \rightarrow z^2 + 9z + 18 = 0$

$z = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -3 \\ -6 \end{cases}$

La ecuación original no tiene solución.

5. Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$

b) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{x+1}{x+5} + \frac{1-x}{x-4} = \frac{5}{2}$

a) $x(x+1) + 2x(x-1) - 3(x-1)(x+1) = 0$

$$x^2 + x + 2x^2 - 2x - 3x^2 + 3 = 0$$

$$-x + 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

Comprobamos sobre la ecuación original: $\frac{3}{2} + \frac{6}{4} = 3 \rightarrow$ es válida.

Solución: $x = 3$

b) $10(x+3) + 2x(x+2) - 3(x+2)(x+3) = 0$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x - 3x^2 - 15x - 18 = 0$$

$$-x^2 - x + 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$$\frac{5}{3+2} + \frac{3}{3+3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{5}{-2} + \frac{-4}{-1} = \frac{-5}{2} + 4 = \frac{3}{2} \rightarrow x = -4 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -4$

c) $4x + 4 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow x = 2 \text{ es válida.}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = -\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ no es válida.}$$

Solución: $x = 2$

d) $2(x+1)(x-4) + 2(1-x)(x+5) - 5(x+5)(x-4) = 0$

$$2x^2 - 6x - 8 - 2x^2 - 8x + 10 - 5x^2 - 5x + 100 = 0$$

$$5x^2 + 19x - 102 = 0 \rightarrow x = \frac{-19 \pm \sqrt{361+2040}}{10} = \frac{-19 \pm 49}{10} = \begin{cases} 3 \\ -34/5 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\frac{3+1}{3+5} + \frac{1-3}{3-4} = \frac{4}{8} + 2 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{-29/5}{-9/5} + \frac{39/5}{-54/5} = \frac{29}{9} - \frac{39}{54} = \frac{135}{54} = \frac{5}{2} \rightarrow x = -\frac{34}{5} \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -\frac{34}{5}$

Página 60

6. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x - \sqrt{2x - 3} = 1$

b) $\sqrt{x + 4} - \sqrt{6 - x} = -2$

c) $\sqrt{x^2 + 2x + 9} - 7 = 2x$

d) $\sqrt{20 - x} = x - 8$

a) $x - 1 = \sqrt{2x - 3}$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 - 2x + 1 = 2x - 3 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$$

Comprobamos la solución sobre la ecuación inicial:

$$2 - 1 = \sqrt{4 - 3}. \text{ Es válida.}$$

Solución: $x = 2$

b) $\sqrt{x + 4} = \sqrt{6 - x} - 2$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x + 4 = (6 - x) + 4 - 4\sqrt{6 - x} \rightarrow 2x - 6 = -4\sqrt{6 - x}$$

Volvemos a elevar al cuadrado los dos miembros:

$$4x^2 - 24x + 36 = 16(6 - x) \rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 96 - 16x \rightarrow \\ \rightarrow 4x^2 - 8x - 60 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{5 + 4} &\neq \sqrt{6 - 5} - 2 \rightarrow 3 \neq -1 \rightarrow x = 5 \text{ no es válida.} \\ \sqrt{-3 + 4} &= \sqrt{6 + 3} - 2 \rightarrow 1 = 3 - 2 \rightarrow x = -3 \text{ es válida.} \end{aligned} \right\} \text{ Solución: } x = -3$$

c) $\sqrt{x^2 + 2x + 9} = 2x + 7$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 + 2x + 9 = 4x^2 + 28x + 49 \rightarrow 3x^2 + 26x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-26 \pm \sqrt{676 - 480}}{6} = \frac{-26 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{-26 \pm 14}{6} = \begin{cases} -2 \\ -20/3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{4 - 4 + 9} - 7 &= -4 \rightarrow x = -2 \text{ es válida.} \\ \sqrt{\frac{400}{9} - \frac{40}{3} + 9} - 7 &\neq \frac{-40}{3} \rightarrow x = -\frac{20}{3} \text{ no es válida.} \end{aligned} \right\} \text{ Solución: } x = -2$$

d) Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$20 - x = x^2 + 64 - 16x \rightarrow x^2 - 15x + 44 = 0$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 176}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{15 \pm 7}{2} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{20 - 11} &= 11 - 8 \rightarrow x = 11 \text{ es válida.} \\ \sqrt{20 - 4} &\neq 4 - 8 \rightarrow x = 4 \text{ no es válida.} \end{aligned} \right\} \text{ Solución: } x = 11$$

Página 61

7. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x^2-5} = 81$

c) $4^x + 4^{x+2} = 272$

e) $5^x = 193$

a) $3^{x^2-5} = 81$

$$3^{x^2-5} = 3^4$$

$$x^2 - 5 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = \pm 3$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3$

c) $4^x + 4^{x+2} = 272$

$$4^x + 4^x \cdot 4^2 = 272$$

$$4^x + 16 \cdot 4^x = 272$$

$$17 \cdot 4^x = 272$$

$$4^x = \frac{272}{17}$$

$$4^x = 16$$

$$x = 2$$

Solución: $x = 2$

e) $5^x = 193$

$$\log 5^x = \log 193$$

$$x \cdot \log 5 = \log 193$$

$$x = \frac{\log 193}{\log 5} \approx 3,27$$

Solución: $x = 3,27$

b) $2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$

d) $2^x + 2^{x+3} = 36$

f) $2^{x^2-2} = 835$

b) $2^{x+1} = \sqrt[3]{4}$

$$2^{x+1} = 2^{2/3}$$

$$x + 1 = \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Solución: $x = -\frac{1}{3}$

d) $2^x + 2^{x+3} = 36$

$$2^x + 2^x \cdot 2^3 = 36$$

$$2^x + 8 \cdot 2^x = 36$$

$$9 \cdot 2^x = 36$$

$$2^x = \frac{36}{9}$$

$$2^x = 4$$

$$x = 2$$

Solución: $x = 2$

f) $2^{x^2-2} = 835$

$$\log (2^{x^2-2}) = \log 835$$

$$(x^2 - 2) \cdot \log 2 = \log 835$$

$$x^2 - 2 = \frac{\log 835}{\log 2}$$

$$x^2 = \frac{\log 835}{\log 2} + 2$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{\log 835}{\log 2} + 2} \approx \pm 3,42$$

Soluciones: $x_1 \approx 3,42; x_2 \approx -3,42$

8. Aplica la definición de logaritmo para calcular x en cada caso:

a) $\log_2 (2x - 1) = 3$

c) $\log 4x = 2$

e) $\log (3x + 1) = -1$

a) $\log_2 (2x - 1) = 3$

$$2^3 = 2x - 1$$

$$8 + 1 = 2x$$

$$x = \frac{9}{2}$$

Solución: $x = \frac{9}{2}$

c) $\log 4x = 2$

$$10^2 = 4x$$

$$100 = 4x$$

$$x = 25$$

Solución: $x = 25$

e) $\log (3x + 1) = -1$

$$10^{-1} = 3x + 1$$

$$\frac{1}{10} = 3x + 1$$

$$x = \frac{-3}{10}$$

Solución: $x = \frac{-3}{10}$

b) $\log_2 (x + 3) = -1$

d) $\log (x - 2) = 2,5$

f) $\log_2 (x^2 - 8) = 0$

b) $\log_2 (x + 3) = -1$

$$2^{-1} = x + 3$$

$$\frac{1}{2} = x + 3$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

Solución: $x = \frac{-5}{2}$

d) $\log (x - 2) = 2,5$

$$10^{2,5} = x - 2$$

$$10^{5/2} = x - 2$$

$$\sqrt{10^5} + 2 = x$$

$$x = 2 + 100\sqrt{10}$$

Solución: $x = 2 + 100\sqrt{10}$

f) $\log_2 (x^2 - 8) = 0$

$$2^0 = x^2 - 8$$

$$1 + 8 = x^2$$

$$9 = x^2$$

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3$

Página 62

9. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $7x^4 = 63x^2$

b) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

c) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

d) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

a) $3x^4 - 63x^2 = x^2(7x^2 - 63) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = -3$

b) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \rightarrow z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} z = 9 \\ z = 1 \end{cases}$$

Si $z = 9 \rightarrow x = \pm 3$

Si $z = 1 \rightarrow x = \pm 1$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 1, x_4 = -1$

c) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$4z^2 - 5z + 1 = 0 \rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8} = \begin{cases} z = 1 \\ z = 1/4 \end{cases}$$

Si $z = 1 \rightarrow x = \pm 1$

Si $z = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}$

d) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$z^2 + 5z + 4 = 0 \rightarrow z = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} = \begin{cases} z = -3 \\ z = -2 \end{cases}$$

En ninguno de los dos casos hay solución para x .

10. Resuelve.

a) $\sqrt{4x+5} = x+2$

b) $\sqrt{x+2} = x$

c) $(\sqrt{x-x+2})(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3}) = 0$

a) Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$4x+5 = (x+2)^2 \rightarrow 4x+5 = x^2+4x+4 \rightarrow x^2-1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{4+5} = 1+2 \rightarrow x = 1 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{-4+5} = 1 \rightarrow x = -1 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 1; x_2 = -1$

b) $\sqrt{x} = x - 2$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{4} = 4 - 2 \rightarrow x = 4 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{1} \neq 1 - 2 \rightarrow x = 1 \text{ no es válida.}$$

Solución: $x = 4$

c) • $\sqrt{x} - x + 2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = x - 2 \rightarrow x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\sqrt{4} - 2 + 2 = 0 \rightarrow x = 4 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{1} - 1 + 2 \neq 0 \rightarrow x = 1 \text{ no es válida.}$$

• $\sqrt{x} - 3 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$

• $\sqrt{x} + 3 = 0$ no tiene solución.

Soluciones: $x_1 = 4, x_2 = 9$

11. Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 - 48 = 0$

b) $3x^2 + 48 = 0$

c) $5x^2 - 7x = 0$

d) $6x^2 - x - 1 = 0$

e) $10x^2 + 9x = 5,2$

f) $7x^2 - 3x + 4 = 0$

a) $3x^2 - 48 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{48}{3} = 16 \rightarrow x = \pm 4$

Soluciones: $x_1 = 4, x_2 = -4$

b) $3x^2 + 48 = 0 \rightarrow x^2 = -16$, no tiene solución.

c) $5x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(5x - 7) = 0 = \begin{matrix} 0 \\ 7/5 \end{matrix}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{5}$

d) $6x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12} = \begin{matrix} 1/2 \\ -1/3 \end{matrix}$

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}$

e) $10x^2 + 9x = 5,2 \rightarrow 10x^2 + 9x - 5,2 = 0$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 208}}{20} = \begin{matrix} 2/5 \\ -13/10 \end{matrix}$$

Soluciones: $x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = -\frac{13}{10}$

f) $7x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 112}}{14}$, no tiene solución.

12. Resuelve.

a) $4^{x^2-2x-8} = \frac{1}{1024}$

c) $2^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

a) $4^{x^2-2x-8} = \frac{1}{1024}$

$$4^{x^2-2x-8} = 4^{-5}$$

$$x^2 - 2x - 8 = -5$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

c) $2^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

$$2^x \cdot 2 + 2^x \cdot 2^3 = 320$$

$$2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x = 320$$

$$10 \cdot 2^x = 320$$

$$2^x = \frac{320}{10} = 32 = 2^5$$

$$x = 5$$

Solución: $x = 5$

b) $3^{2x-1} = \sqrt{27}$

d) $2,5^x = 49$

b) $3^{2x-1} = \sqrt{27}$

$$3^{2x-1} = 3^{3/2}$$

$$2x - 1 = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Solución: $x = \frac{5}{4}$

d) $2,5^x = 49$

$$\log 2,5^x = \log 49$$

$$x \cdot \log 2,5 = \log 49$$

$$x = \frac{\log 49}{\log 2,5} \approx 4,25$$

Solución: $x \approx 4,25$

13. Resuelve.

a) $\frac{x+7}{x+3} + \frac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1$

b) $\frac{x+1}{x^2-2x} + \frac{x-1}{x} = 2$

a) Observamos que $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$.

$$(x + 7)(x - 1) + (x^2 - 3x + 6) = x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 + 6x - 7 + x^2 - 3x + 6 - x^2 - 2x + 3 = 0$$

$x^2 + x + 2 = 0$. Esta ecuación no tiene soluciones.

b) $x + 1 + (x - 1)(x - 2) - 2(x^2 - 2x) = 0$

$$x + 1 + x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{0}{3} + \frac{-2}{-1} = 2 \rightarrow x = -1 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 40x - 36 = 0$

b) $(x^4 - 13x^2 + 36) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{10}{9} \right) = 0$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{a)} & 1 & -10 & 5 & 40 & -36 \\ & 1 & & 1 & -9 & -4 & 36 \\ \hline & 1 & -9 & -4 & 36 & & 0 \\ & 2 & & 2 & -14 & -36 & \\ \hline & 1 & -7 & -18 & & & 0 \\ & 9 & & 9 & 18 & & \\ \hline & 1 & 2 & & & & 0 \end{array}$$

El polinomio factorizado es: $(x - 1)(x - 2)(x - 9)(x + 2)$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 9, x_4 = -2$

b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Hacemos $x^2 = t$:

$$t^2 - 13t + 36 = 0 \rightarrow t = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \begin{cases} t = 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ t = 4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{10}{9} = 0 \rightarrow \frac{9x + 9 - 10x^2}{9x^2} = 0 \rightarrow -10x^2 + 9x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 360}}{-20} = \begin{cases} -3/5 \\ 3/2 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 2, x_4 = -2, x_5 = -\frac{3}{5}, x_6 = \frac{3}{2}$

15. Resuelve.

a) $\sqrt{x+4} + 7 = 2x$

b) $\sqrt{13-x^2} + x = 5$

c) $\sqrt{x-2} - \sqrt{12-x} = 2$

d) $\sqrt{x-5} + \sqrt{x} = 5$

a) $\sqrt{x+4} + 7 = 2x \rightarrow \sqrt{x+4} = 2x - 7 \rightarrow x + 4 = 4x^2 - 28x + 49 \rightarrow 4x^2 - 29x + 45 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{29 \pm \sqrt{841 - 720}}{8} = \begin{cases} 5 \\ 9/4 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{5+4} + 7 = 10 \rightarrow x = 5 \text{ es solución.}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4} + 4} + 7 \neq \frac{18}{4} \rightarrow x = \frac{9}{4} \text{ no es solución.}$$

Solución: $x = 5$

b) $\sqrt{13-x^2} + x = 5 \rightarrow \sqrt{13-x^2} = 5-x \rightarrow 13-x^2 = x^2 - 10x + 25 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 - 10x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{4} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{13-9} + 3 = 5 \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{13-4} + 2 = 5 \rightarrow x = 2 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = 2$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{x-2} - \sqrt{12-x} = 2 &\rightarrow \sqrt{x-2} = 2 + \sqrt{12-x} \rightarrow x-2 = 4 + 12 - x + 4\sqrt{12-x} \rightarrow \\ &\rightarrow 2x - 18 = 4\sqrt{12-x} \rightarrow x-9 = 2\sqrt{12-x} \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 + 81 - 18x = 48 - 4x \rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 132}}{2} = \begin{cases} 11 \\ 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\sqrt{11-2} - \sqrt{12-11} = 2 \rightarrow x = 11 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{3-2} - \sqrt{12-3} \neq 2 \rightarrow x = 3 \text{ no es válida.}$$

Solución: $x = 11$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{x-5} + \sqrt{x} = 5 &\rightarrow \sqrt{x-5} = 5 - \sqrt{x} \rightarrow x-5 = 25 + x - 10\sqrt{x} \rightarrow \\ &\rightarrow x-5-25-x = -10\sqrt{x} \rightarrow -30 = -10\sqrt{x} \rightarrow 3 = \sqrt{x} \rightarrow 9 = x \end{aligned}$$

Comprobamos la solución sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{9-5} + \sqrt{9} = 5 \rightarrow x = 9 \text{ es válida.}$$

16. Resuelve.

a) $\log_7 (5x + 6) = 2$

c) $\log (\sqrt{x} - 3) = -1$

a) $\log_7 (5x + 6) = 2$

$$7^2 = 5x + 6$$

$$49 = 5x + 6$$

$$49 - 6 = 5x$$

$$43 = 5x$$

$$x = \frac{43}{5}$$

Solución: $x = \frac{43}{5}$

c) $\log (\sqrt{x} - 3) = -1$

$$10^{-1} = \sqrt{x} - 3$$

$$\frac{1}{10} + 3 = \sqrt{x}$$

$$\frac{31}{10} = \sqrt{x}$$

$$x = \left(\frac{31}{10}\right)^2 = \frac{961}{100}$$

Solución: $x = \frac{961}{100}$

b) $\log_3 (2 - 3x) = 0$

d) $\log_2 (x^2 - 3x) = 2$

b) $\log_3 (2 - 3x) = 0$

$$3^0 = 2 - 3x$$

$$1 = 2 - 3x$$

$$3x = 2 - 1$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Solución: $x = \frac{1}{3}$

d) $\log_2 (x^2 - 3x) = 2$

$$2^2 = x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 4, x_2 = -1$

Ejercicios y problemas

Página 71

Practica

Ecuaciones

1.  Resuelve las siguientes ecuaciones. Las que sean de 2.º grado incompletas, resuélvelas sin aplicar la fórmula general.

$$\text{a) } \frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{x-3}{3} = 1 + \frac{(x+1)(x-2)}{6}$$

$$\text{b) } (x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$$

$$\text{c) } \frac{x(x-2)}{4} - \frac{x+1}{6} = \frac{x-3}{2} - \frac{x-4}{3}$$

$$\text{d) } x\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{x-2}{2} + \frac{x^2-1}{3} = 0$$

$$\text{a) } (x-1)(x+2) - 4(x-3) = 12 + 2(x+1)(x-2)$$

$$x^2 + x - 2 - 4x + 12 = 12 + 2x^2 - 2x - 4$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 1, x_2 = -2$$

$$\text{b) } x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = x^2 + 6x + 9 + x^2 - 20$$

$$2x^2 - 8 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2; x = -2$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$\text{c) } 3x(x-2) - 2(x+1) = 6(x-3) - 4(x-4)$$

$$3x^2 - 6x - 2x - 2 = 6x - 18 - 4x + 16$$

$$3x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(3x - 10) = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{10}{3}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 0, x_2 = \frac{10}{3}$$

$$\text{d) } x\left(\frac{2x+1}{2}\right) - \frac{x-2}{2} + \frac{x^2-1}{3} = 0$$

$$3x(2x+1) - 3(x-2) + 2(x^2-1) = 0$$

$$6x^2 + 3x - 3x + 6 + 2x^2 - 2 = 0 \rightarrow 8x^2 + 4 = 0 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

2. ▢ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$

b) $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$

c) $(x+1)^2 = \frac{x}{2}(5x+6) - (2x^2+1)$

d) $2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25x}{2} = \left(\frac{1}{2} - x\right)(7x+1) - 4$

a) $4(x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 4x + 1) = 35$

$4x^2 - 24x + 36 - 4x^2 + 4x - 1 = 35 \rightarrow -20x = 0$

Solución: $x = 0$

b) $x^2 + 2x + 1 - 8(1+x) = x^2 - 2x + 1 - 4(2+x)$

$x^2 + 2x + 1 - 8 - 8x = x^2 - 2x + 1 - 8 - 4x$

$-6x - 7 = -6x - 7 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones.

c) $2(x^2 + 2x + 1) = 5x^2 + 6x - 2(2x^2 + 1)$

$2x^2 + 4x + 2 = 5x^2 + 6x - 4x^2 - 2$

$x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2} \rightarrow$ No tiene solución.

d) $4x^2 + 4x + 1 + 25x = 5x + 1 - 14x^2 - 8$

$18x^2 + 24x + 8 = 0 \rightarrow 9x^2 + 12x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm 0}{18} = -\frac{2}{3}$

Solución: $x = -\frac{2}{3}$

3. ▢ Resuelve.

a) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

b) $x^4 - 16 = 0$

c) $x^4 - 25x^2 = 0$

d) $x^4 - 18x^2 + 81 = 0$

e) $(2x^2 + 1)^2 - 5 = (x^2 + 2)(x^2 - 2)$

a) Cambio de variable: $x^2 = y$

$y^2 - 4y + 3 = 0 \rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} y = 3 \rightarrow x = \pm \sqrt{3} \\ y = 1 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

b) $x^4 = 16 \rightarrow x = \pm \sqrt[4]{16}$

Soluciones: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

c) $x^2(x^2 - 25) = 0$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $x_3 = -5$

d) Cambio de variable: $x^2 = y$

$y^2 - 18y + 81 = 0 \rightarrow y = \frac{18 \pm \sqrt{0}}{2} = 9 \rightarrow x^2 = 9$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

e) $4x^4 + 4x^2 + 1 - 5 = x^4 - 4$

$3x^4 + 4x^2 = 0 \rightarrow x^2(3x^2 + 4) = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

$3x^2 + 4 = 0$ no tiene solución.

La solución de la ecuación es $x = 0$.

4.  Resuelve.

a) $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$

b) $\frac{x-4}{x} - \frac{x-1}{4x} = -3x$

c) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

d) $x - \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x-1}{2}$

a) $2(x+2) + 2x \cdot 3x = x(5x+6)$

$$2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

Comprobamos sobre la ecuación inicial la validez de la solución.

Solución: $x = 2$

b) $4(x-4) - (x-1) = -3x \cdot 4x$

$$4x - 16 - x + 1 = -12x^2 \rightarrow 12x^2 + 3x - 15 = 0 \rightarrow 4x^2 + x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{-1 \pm 9}{8} = \begin{cases} 1 \\ -10/8 = -5/4 \end{cases}$$

Se comprueba sobre la ecuación inicial que las dos soluciones son válidas.

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{4}$

c) $3x(x-3) + 3(x+3) = 2x^2$

$$3x^2 - 9x + 3x + 9 - 2x^2 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow (x-3)^2 = 0 \rightarrow x = 3$$

Se comprueba que la solución es válida.

Solución: $x = 3$

d) $2x(x+1) - 2(x-1) = (3x-1)(x+1)$

$$2x^2 + 2x - 2x + 2 = 3x^2 + 2x - 1 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$

Se comprueba que las dos soluciones son válidas.

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -3$

5.  Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+1}{x-1} - 3 = \frac{2-x}{x}$

b) $\frac{3x+1}{4x+3} - \frac{1}{x} = 3$

c) $\frac{3x+4}{x+3} - \frac{1}{2} = \frac{x+19}{4x+6}$

d) $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5x}{x^2+3x}$

a) $(x+1)x - 3x(x-1) = (2-x)(x-1)$

$$x^2 + x - 3x^2 + 3x = -x^2 + 3x - 2 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

Se comprueba la validez de las dos soluciones.

Soluciones: $x_1 = 2, x_2 = -1$

b) $x(3x + 1) - (4x + 3) = 3x(4x + 3)$

$$3x^2 + x - 4x - 3 = 12x^2 + 9x \rightarrow 9x^2 + 12x + 3 = 0 \rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6} = \begin{cases} -1 \\ -1/3 \end{cases}$$

Las dos soluciones son válidas.

Soluciones: $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{1}{3}$

c) $2(3x + 4) - (x + 3) = x + 19$

$$6x + 8 - 3 = x + 19 \rightarrow 4x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

Solución: $x = \frac{7}{2}$

d) $x - 2(x + 3) = 2 - 5x$

$$x - 2x - 6 = 2 - 5x \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

Solución: $x = 2$

6. Resuelve.

a) $x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1$

b) $3x + \sqrt{6x + 10} = 35$

c) $x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0$

d) $\sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2$

a) $\sqrt{25 - x^2} = x + 1 \rightarrow 25 - x^2 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0$

$$x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 3 \rightarrow \sqrt{25 - 9} = 3 + 1 \rightarrow x = 3$ es solución.

$x = -4 \rightarrow \sqrt{25 - 16} \neq -4 + 1 \rightarrow x = -4$ no vale.

Solución: $x = 3$

b) $\sqrt{6x + 10} = 35 - 3x \rightarrow 6x + 10 = 1225 + 9x^2 - 210x$

$$9x^2 - 216x + 1215 = 0 \rightarrow x^2 - 24x + 135 = 0 \rightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{24 \pm 6}{2} = \begin{cases} 15 \\ 9 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 15 \rightarrow \sqrt{6 \cdot 15 + 10} \neq 35 - 45 \rightarrow x = 15$ no vale.

$x = 9 \rightarrow \sqrt{54 + 10} = 37 - 27 \rightarrow x = 9$ es solución.

Solución: $x = 9$

c) $\sqrt{5x + 1} = x + 1 \rightarrow 5x + 1 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Comprobación:

$x = 0 \rightarrow \sqrt{1} = 1 \rightarrow x = 0$ es solución.

$x = 3 \rightarrow \sqrt{15 + 1} = 3 + 1 \rightarrow x = 3$ es solución.

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$

$$d) (\sqrt{4x^2 + 7x - 2})^2 = x^2 + 4x + 4 \rightarrow 4x^2 + 7x - 2 - x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$3x^2 + 3x - 6 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+18}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 1 \rightarrow \sqrt{4+7-2} = 1+2 \rightarrow x = 1 \text{ es solución.}$$

$$x = -2 \rightarrow \sqrt{16-14-2} = -2+2 \rightarrow x = -2 \text{ es solución.}$$

Soluciones: $x_1 = 1$, $x_2 = -2$

7. Dos de las siguientes ecuaciones no tienen solución. Averigua cuáles son y resuelve las otras.

a) $x - 17 = \sqrt{169 - x^2}$

b) $\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0$

c) $\sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0$

d) $2\sqrt{5 - 4x} + 4x = 5$

a) $x^2 - 34x + 289 = 169 - x^2$

$$2x^2 - 34x + 120 = 0 \rightarrow x^2 - 17x + 60 = 0 \rightarrow x = \frac{17 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2} = \begin{cases} 12 \\ 5 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 12 \rightarrow 12 - 17 = \sqrt{169 - 289} \rightarrow \text{No vale.}$$

$$x = 5 \rightarrow 5 - 17 = \sqrt{169 - 25} \rightarrow \text{No vale.}$$

No tiene solución.

b) $\sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{3 - x} \rightarrow x^2 + 3 = 3 - x \rightarrow x^2 + x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

Comprobación:

$$x = 0 \rightarrow \sqrt{3} = \sqrt{3} \rightarrow \text{Es solución.}$$

$$x = -1 \rightarrow \sqrt{4} = \sqrt{4} \rightarrow \text{Es solución.}$$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = -1$

c) $\sqrt{5x - 7} = \sqrt{1 - x} \rightarrow 5x - 7 = 1 - x \rightarrow 6x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Comprobación:

$$\sqrt{5 \cdot \frac{4}{3} - 7} \neq \sqrt{1 - \frac{4}{3}} \rightarrow \text{No vale.}$$

La ecuación no tiene solución.

d) $4(5 - 4x) = (5 - 4x)^2 \rightarrow 20 - 16x = 25 + 16x^2 - 40x$

$$16x^2 - 24x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{256}}{32} = \frac{24 \pm 16}{32} = \begin{cases} 5/4 \\ 1/4 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = \frac{5}{4} \rightarrow 2\sqrt{5 - \frac{5}{4}} \cdot 4 + 4 \cdot \frac{5}{4} = 5 \rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ es solución.}$$

$$x = \frac{1}{4} \rightarrow 2\sqrt{5 - \frac{1}{4}} \cdot 4 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 5 \rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ es solución.}$$

Soluciones: $x_1 = \frac{5}{4}$, $x_2 = \frac{1}{4}$

8. Resuelve.

a) $x + \sqrt{7 - 3x} = -1$

b) $\sqrt{x} + \sqrt{3x - 2} = 2$

c) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$

d) $\sqrt{5x + 1} - \sqrt{x + 1} = 2$

a) $\sqrt{7 - 3x} = -1 - x \rightarrow 7 - 3x = 1 + x^2 + 2x \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = \begin{cases} -6 \\ 1 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = -6 \rightarrow -6 + \sqrt{7 + 18} = -1$

$x = 1 \rightarrow 1 + \sqrt{7 - 3} = 3 \neq -1 \rightarrow$ No vale.

Solución: $x = -6$

b) $\sqrt{3x - 2} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow 3x - 2 = 4 + x - 4\sqrt{x} \rightarrow (4\sqrt{x})^2 = (6 - 2x)^2 \rightarrow$

$\rightarrow 16x = 36 + 4x^2 - 24x \rightarrow 4x^2 - 40x + 36 = 0 \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 9 \rightarrow \sqrt{25} + \sqrt{9} \neq 2 \rightarrow$ No vale.

$x = 1 \rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2$

Solución: $x = 1$

c) $\sqrt{5x - 6} = 4 - 2\sqrt{x} \rightarrow 5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x} \rightarrow (8\sqrt{2x})^2 = (22 - 3x)^2 \rightarrow$

$\rightarrow 128x = 484 + 9x^2 - 132x \rightarrow 9x^2 - 260x + 484 = 0$

$$x = \frac{260 \pm 224}{18} = \begin{cases} 242/9 \\ 2 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = \frac{242}{9} \rightarrow \sqrt{\frac{1156}{9}} + \sqrt{\frac{484}{9}} = \frac{34}{3} + \frac{22}{3} = \frac{56}{3} \neq 4 \rightarrow$ No vale.

$x = 2 \rightarrow \sqrt{4} + \sqrt{4} = 4$

Solución: $x = 2$

d) $\sqrt{5x + 1} = 2 + \sqrt{x + 1} \rightarrow 5x + 1 = 4 + x + 1 + 4\sqrt{x + 1} \rightarrow 4x - 4 = 4\sqrt{x + 1} \rightarrow$

$$\rightarrow \sqrt{x + 1} = x - 1 \rightarrow x + 1 = x^2 - 2x + 1 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Comprobación:

$x = 0 \rightarrow \sqrt{1} - \sqrt{1} = 0 \neq 2 \rightarrow$ No vale.

$x = 3 \rightarrow \sqrt{16} - \sqrt{4} = 2$

Solución: $x = 3$

9.  Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $2^{x+1} = \sqrt{8}$

b) $\sqrt{3^x} = 17$

c) $10^{1-x^2} = 0,001$

d) $81 \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{x+2}$

a) $2^{x+1} = \sqrt{8} \rightarrow 2^{x+1} = 2^{3/2} \rightarrow x+1 = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Solución: $x = \frac{1}{2}$

b) $\sqrt{3^x} = 17 \rightarrow 3^{x/2} = 17 \rightarrow \log 3^{x/2} = \log 17 \rightarrow \frac{x}{2} \cdot \log 3 = \log 17 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{\log 17}{\log 3} \cdot 2 \rightarrow x \approx 5,16$

Solución: $x \approx 5,16$

c) $10^{1-x^2} = 0,001 \rightarrow 10^{1-x^2} = 10^{-3} \rightarrow 1-x^2 = -3 \rightarrow x = \sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$

Soluciones: $x_1 = 2, x_2 = -2$

d) $81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{x+2} \rightarrow 81 \cdot (3^{-1})^x = 3^x \cdot 3^2 \rightarrow 81 \cdot (3^x)^{-1} = 9 \cdot 3^x \rightarrow \frac{81}{9} = (3^x)^2 \rightarrow$
 $\rightarrow 9 = 3^{2x} \rightarrow 3^2 = 3^{2x} \rightarrow x = 1$

Solución: $x = 1$

10.  Resuelve.

a) $3 \cdot 5^x + 5^{x+1} = 200$

b) $7 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x = -\frac{3}{4}$

c) $2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} - 5 \cdot 3^x = 108$

d) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 224$

a) $3 \cdot 5^x + 5^{x+1} = 200 \rightarrow 3 \cdot 5^x + 5^x \cdot 5 = 200 \rightarrow 8 \cdot 5^x = 200 \rightarrow 5^x = \frac{200}{8} = 25 \rightarrow$
 $\rightarrow 5^x = 5^2 \rightarrow x = 2$

Solución: $x = 2$

b) $7 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x = -\frac{3}{4} \rightarrow 7 \cdot 2^x \cdot 2^{-1} - 5 \cdot 2^x = -\frac{3}{4} \rightarrow \frac{7}{2} \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x = -\frac{3}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow -\frac{3}{2} \cdot 2^x = -\frac{3}{4} \rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \rightarrow 2^x = 2^{-1} \rightarrow x = -1$

Solución: $x = -1$

c) $2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} - 5 \cdot 3^x = 108 \rightarrow 2 \cdot 3^x \cdot 3 + \frac{3^x}{3} - 5 \cdot 3^x = 108 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{18 \cdot 3^x + 3^x - 15 \cdot 3^x}{3} = 108 \rightarrow \frac{4 \cdot 3^x}{3} = 108 \rightarrow$
 $\rightarrow 3^x = 81 = 3^4 \rightarrow x = 4$

Solución: $x = 4$

d) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 224 \rightarrow 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^{-2} + 2^x \cdot 2^{-3} = 224 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{4 \cdot 2^x + 2 \cdot 2^x + 2^x}{8} = 224 \rightarrow \frac{7 \cdot 2^x}{8} = 224 \rightarrow$
 $\rightarrow 2^x = 256 = 2^8 \rightarrow x = 8$

Solución: $x = 8$

11. Resuelve aplicando la definición de logaritmo.

a) $\log_5 (2x - 3) = 1$

b) $\log_4 \left(\frac{x+1}{2} \right) = -2$

c) $\log_2 (\sqrt{x} - 1) = 3$

d) $\log (2^x - 15) = 0$

a) $\log_5 (2x - 3) = 1 \rightarrow 5^1 = 2x - 3 \rightarrow 5 + 3 = 2x \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$

 Solución: $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log_4 \left(\frac{x+1}{2} \right) = -2 &\rightarrow 4^{-2} = \frac{x+1}{2} \rightarrow \frac{1}{16} = \frac{x+1}{2} \rightarrow \frac{1}{16} = \frac{8x+8}{16} \rightarrow \\ &\rightarrow 1 = 8x + 8 \rightarrow -7 = 8x \rightarrow x = -\frac{7}{8} \end{aligned}$$

 Solución: $x = -\frac{7}{8}$

c) $\log_2 (\sqrt{x} - 1) = 3 \rightarrow 2^3 = \sqrt{x} - 1 \rightarrow 8 + 1 = \sqrt{x} \rightarrow 9^2 = (\sqrt{x})^2 \rightarrow x = 81$

 Solución: $x = 81$

d) $\log (2^x - 15) = 0 \rightarrow 10^0 = 2^x - 15 \rightarrow 1 + 15 = 2^x \rightarrow 16 = 2^x \rightarrow 2^4 = 2^x \rightarrow x = 4$

 Solución: $x = 4$
12. Aplica las propiedades de los logaritmos para resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2 \log_3 x - \log_3 4 = 4$

b) $\log_2 x - \log_2 3 = 2$

c) $\log_2 (x - 3) + \log_2 x = 2$

d) $\log (x - 9) - \log x = 1$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 \cdot \log_3 x - \log_3 4 = 4 &\rightarrow \log_3 \left(\frac{x^2}{4} \right) = 4 \rightarrow 3^4 = \frac{x^2}{4} \rightarrow 81 \cdot 4 = x^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \pm \sqrt{81 \cdot 4} \rightarrow x = \pm 18 \end{aligned}$$

 Solución: $x = 18$ ($x = -18$ no vale)

b) $\log_2 x - \log_2 3 = 2 \rightarrow \log_2 \left(\frac{x}{3} \right) = 2 \rightarrow 2^2 = \frac{x}{3} \rightarrow 4 \cdot 3 = x \rightarrow x = 12$

 Solución: $x = 12$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log_2 (x - 3) + \log_2 x = 2 &\rightarrow \log_2 [(x - 3) \cdot x] = 2 \rightarrow (x - 3) \cdot x = 2^2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1. \text{ No vale.} \end{cases} \end{aligned}$$

 Solución: $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{d) } \log (x - 9) - \log x = 1 &\rightarrow \log \left(\frac{x - 9}{x} \right) = 1 \rightarrow 10^1 = \frac{x - 9}{x} \rightarrow 10x = x - 9 \rightarrow \\ &\rightarrow 10x - x = -9 \rightarrow 9x = -9 \rightarrow x = \frac{-9}{9} = -1. \text{ No vale.} \end{aligned}$$

No tiene solución.

13.  **Descompón en factores y resuelve.**

a) $x^3 - 4x = 0$

b) $x^3 + x^2 - 6x = 0$

c) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

d) $x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$

a) $x(x^2 - 4) = 0$

Soluciones: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $x_3 = -2$

b) $x(x^2 + x - 6) = 0 \rightarrow x_1 = 0$; $x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -3 \\ 2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0$; $x_2 = -3$; $x_3 = 2$

c)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array} \quad x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = -2$

d)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array} \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$$

Soluciones: $x_1 = -1$ (doble); $x_2 = 3$

14.  **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $(x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$

b) $x(x^2 + 3x + 2) = 0$

c) $(x^2 - 3x)(2^{x+1} - 1) = 0$

d) $(x + 5) \log_2(x - 3) = 0$

e) $(x^4 - 5x^2 + 4)(5^x - 10) = 0$

f) $(x^2 + 5)(\sqrt{x} - 3) = 0$

a) $(x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$

• $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

• $x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 2$; $x_2 = 3$; $x_3 = -1$

b) $x(x^2 + 3x + 2) = 0$

$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 = -2$

c) $(x^2 - 3x)(2^{x+1} - 1) = 0$

• $x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

• $2^{x+1} - 1 = 0 \rightarrow 2^{x+1} = 1 \rightarrow 2^{x+1} = 2^0 \rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

Soluciones: $x_1 = 0$; $x_2 = 3$; $x_3 = -1$

d) $(x + 5) \log_2 (x - 3) = 0$

- $x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$, no vale
- $\log_2 (x - 3) = 0 \rightarrow 2^0 = x - 3 \rightarrow 1 + 3 = x \rightarrow x = 4$

Solución: $x = 4$

e) $(x^4 - 5x^2 + 4)(5^x - 10) = 0$

• $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Hacemos $x^2 = t \rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$

Si $t = 4 \rightarrow x = \pm 2$

Si $t = 1 \rightarrow x = \pm 1$

• $5^x - 10 = 0 \rightarrow 5^x = 10 \rightarrow \log 5^x = \log 10 \rightarrow x \cdot \log 5 = \log 10 \rightarrow x = \frac{1}{\log 5} = 1,43$

Soluciones: $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = 1$; $x_4 = -1$; $x_5 = 1,43$

f) $(x^2 + 5)(\sqrt{x} - 3) = 0$

- $x^2 + 5 = 0 \rightarrow x^2 = -5$ no tiene solución
- $\sqrt{x} - 3 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$

Solución: $x = 9$

15. Despeja la incógnita y resuelve.

a) $x^3 - 64 = 0$

b) $\frac{625}{x} - x^3 = 0$

c) $\frac{3x}{4} + \frac{16}{9x^2} = 0$

d) $\frac{x}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0$

a) $x^3 - 64 = 0 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

Solución: $x = 4$

b) $\frac{625}{x} - x^3 = 0 \rightarrow 625 - x^4 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt[4]{625} = \pm 5$

Soluciones: $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

c) $\frac{3x}{4} + \frac{16}{9x^2} = 0 \rightarrow 27x^3 + 64 = 0 \rightarrow x = \sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = -\frac{4}{3}$

Solución: $x = -\frac{4}{3}$

d) $\frac{x}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0 \rightarrow 81x^4 - 16 = 0 \rightarrow x^4 = \frac{16}{81} \rightarrow x = \pm \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \pm \frac{2}{3}$

Soluciones: $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$

33.  Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones:

a) $\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5$ b) $\frac{1}{2} \log(3x+5) + \frac{1}{2} \log x = 1$

c) $2\log x - 3\log 2 = \log(x+6)$

a) $\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5 \rightarrow \log(x-2) + \log(x-3) + \log 5 = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow \log[(x-2) \cdot (x-3) \cdot 5] = 1 \rightarrow 10^1 = 5 \cdot (x-2)(x-3) \rightarrow 10 = 5x^2 - 25x + 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 5x^2 - 25x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1, \text{ no vale} \end{cases}$

Comprobación: $\log(4-2) + \log(4-3) = 1 - \log 5 \rightarrow x = 4$ es válida

Solución: $x = 4$

b) $\frac{1}{2} \cdot \log(3x+5) + \frac{1}{2} \cdot \log x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot [\log(3x+5) + \log x] = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow \log[(3x+5) \cdot x] = 2 \rightarrow 10^2 = (3x+5) \cdot x \rightarrow 100 = 3x^2 + 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 + 5x - 100 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+1200}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{1225}}{6} = \begin{cases} 5 \\ -20/3, \text{ no vale} \end{cases}$

Comprobación: $\frac{1}{2} \cdot \log(15+5) + \frac{1}{2} \cdot \log 5 = 1 \rightarrow x = 5$ es válida

Solución: $x = 5$

c) $2\log x - 3\log 2 = \log(x+6) \rightarrow \log(x^2) - \log(2^3) = \log(x+6) \rightarrow$
 $\rightarrow \log\left(\frac{x^2}{8}\right) = \log(x+6) \rightarrow \frac{x^2}{8} = x+6 \rightarrow x^2 = 8x+48 \rightarrow x^2 - 8x - 48 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64+192}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{256}}{2} = \begin{cases} 12 \\ -4, \text{ no vale} \end{cases}$

Comprobación: $2\log 12 - 3\log 2 = \log(12+6) \rightarrow x = 12$ es válida.

Solución: $x = 12$

34.  Resuelve las ecuaciones siguientes mediante el cambio $x^3 = t$:

a) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ b) $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$

a) $t^2 + 7t - 8 = 0$

$t = \frac{-7 \pm \sqrt{49+32}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2} = \begin{cases} 1 \\ -8 \end{cases}$

Si $t = 1 \rightarrow x = \sqrt[3]{1} = 1$

Si $t = -8 \rightarrow x = \sqrt[3]{-8} = -2$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -2$

b) $t^2 - 2t + 1 = 0$

$t = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Si $t = 1 \rightarrow x = \sqrt[3]{1} = 1$

Solución: $x = 1$

35.  Resuelve mediante el cambio de variable $2^x = t$.

a) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

b) $4^x - 8 = 2^{x+1}$

c) $2^{3-x} = 5 - 2^{x-1}$

d) $3 \cdot 4^x + 9 \cdot 2^x - 30 = 0$

a) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320 \rightarrow 4^x \cdot 4 + 2^x \cdot 2^3 = 320$

Sea $t = 2^x$:

$$4t^2 + 8t - 320 = 0 \rightarrow t^2 + 2t - 80 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2} = \begin{cases} \frac{-2 + 18}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ \frac{-2 - 18}{2} = -\frac{20}{2} = -10 \end{cases}$$

Si $t = 8 \rightarrow x = 3$

Si $t = -10 \rightarrow$ No hay solución

Solución: $x = 3$

b) $4^x - 8 = 2^{x+1} \rightarrow (2^x)^2 - 8 = 2 \cdot 2^x$

Sea $t = 2^x$:

$$t^2 - 8 = 2t \rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

Si $t = 4 \rightarrow x = 2$

Si $t = -2 \rightarrow$ No hay solución

Solución: $x = 2$

c) $2^{3-x} = 5 - 2^{x-1} \rightarrow \frac{2^3}{2^x} = 5 - \frac{2^x}{2} \rightarrow \frac{8}{2^x} = \frac{10 - 2^x}{2}$

Sea $t = 2^x$:

$$\frac{8}{t} = \frac{10 - t}{2} \rightarrow 2 \cdot 8 = t(10 - t) \rightarrow 16 = 10t - t^2 \rightarrow t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} 8 \\ 2 \end{cases}$$

Si $t = 8 \rightarrow x = 3$

Si $t = 2 \rightarrow x = 1$

Soluciones: $x = 1, x = 3$

d) $3 \cdot 4^x + 9 \cdot 2^x - 30 = 0$

Sea $t = 2^x$:

$$3t^2 + 9t - 30 = 0 \rightarrow t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} 2 \\ -5 \end{cases}$$

Si $t = 2 \rightarrow x = 1$

Si $t = -5 \rightarrow$ No hay solución.

Solución: $x = 1$

Autoevaluación

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \sqrt{x+1} - x = \frac{x-7}{4}$$

$$b) \frac{1}{x} - \frac{x+1}{x-1} + \frac{5}{2} = 0$$

$$a) \sqrt{x+1} = \frac{x-7}{4} + x \rightarrow 4\sqrt{x+1} = 5x-7$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$16(x+1) = 25x^2 - 70x + 49 \rightarrow 25x^2 - 86x + 33 = 0$$

$$x = \frac{86 \pm \sqrt{7396 - 3300}}{50} = \frac{86 \pm 64}{50} = \begin{cases} 3 \\ 11/25 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 3 \rightarrow 2 = -1 + 3 \rightarrow \text{válida}$$

$$x = \frac{11}{25} \rightarrow \sqrt{36/25} \neq \frac{-164}{100} + \frac{11}{25} = -\frac{120}{100} \rightarrow \text{no válida}$$

Solución: $x = 3$

$$b) 2(x-1) - 2x(x+1) + 5x(x-1) = 0 \rightarrow 2x-2-2x^2-2x+5x^2-5x=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 2 \\ -1/3 \end{cases}$$

Las dos soluciones son válidas.

$$\text{Soluciones: } x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$$

2. Resuelve.

$$a) \begin{cases} \sqrt{x} = 4 - y \\ y^2 = 4 + x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} xy = 15 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

$$a) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x} = 4 - y \\ y^2 = 4 + x \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 16 + y^2 - 8y \\ y^2 = 4 + 16 + y^2 - 8y \end{array} \rightarrow 8y = 20 \rightarrow y = 5/2$$

$$x = 16 + \frac{25}{4} - 20 = \frac{9}{4}$$

$$\text{Comprobación: } \sqrt{\frac{9}{4}} = 4 - \frac{5}{2} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5^2}{2^2} = 4 + \frac{9}{4} \rightarrow \frac{25}{4} = \frac{25}{4}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} xy = 15 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{array} \right\} y = \frac{15}{x}$$

$$4x^2 - \frac{225}{x^2} = 11 \rightarrow 4x^4 - 225 - 11x^2 = 0$$

Cambio: $x^2 = z$

$$4z^2 - 11z - 225 = 0 \rightarrow z = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 3600}}{8} = \frac{11 \pm 61}{8} = \begin{cases} 9 \\ -25/4 \end{cases} \text{ No vale.}$$

$$z = 9 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow y = \pm 5$$

Soluciones: $x_1 = 3, y_1 = 5; x_2 = -3, y_2 = -5$

3. Resuelve.

a) $10^{2x-1} = 0,001$

b) $25^x = 500$

c) $2^{x-1} + 2^{x+3} = \frac{17}{8}$

d) $\frac{1}{2} \log_2 (3x+3) - \frac{1}{2} \log_2 (2x-3) = \log_2 2$

a) $10^{2x-1} = 0,001 \rightarrow 10^{2x-1} = 10^{-3} \rightarrow 2x-1 = -3 \rightarrow x = -1$

b) $25^x = 500 \rightarrow \log 25^x = \log 500 \rightarrow x \cdot \log 25 = \log 500 \rightarrow x = \frac{\log 500}{\log 25} \approx 1,93$

c) $2^{x-1} + 2^{x+3} = \frac{17}{8} \rightarrow 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^3 = \frac{17}{8} \rightarrow \frac{2^x}{2} + 8 \cdot 2^x = \frac{17}{8} \rightarrow$

$$\rightarrow 2^x + 16 \cdot 2^x = \frac{17}{4} \rightarrow 17 \cdot 2^x = \frac{17}{4} \rightarrow 2^x = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2} \rightarrow x = -2$$

d) $\frac{1}{2} \log_2 (3x+3) - \frac{1}{2} \log_2 (2x-3) = \log_2 2 \rightarrow \frac{1}{2} \left[\log_2 \left(\frac{3x+3}{2x-3} \right) \right] = \log_2 2 \rightarrow$

$$\rightarrow \log_2 \left(\frac{3x+3}{2x-3} \right) = \log_2 4 \rightarrow \frac{3x+3}{2x-3} = 4 \rightarrow 3x+3 = 8x-12 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

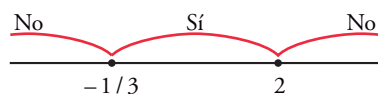
4. Resuelve.

a) $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$

b) $\begin{cases} 2x - 3 < 4 \\ 4 - x \geq -1 \end{cases}$

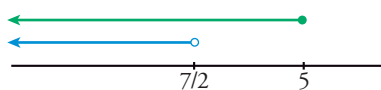
a) $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 2 \\ -1/3 \end{cases}$$



Soluciones: $\left[-\frac{1}{3}, 2 \right]; -\frac{1}{3} \leq x \leq 2$

b) $\begin{cases} 2x - 3 < 4 \rightarrow 2x < 7 \rightarrow x < 7/2 \\ 4 - x \geq -1 \rightarrow -x \geq -5 \rightarrow x \leq 5 \end{cases}$



Soluciones: $\left(-\infty, \frac{7}{2} \right)$